Title	<研究論文(原著論文)> 整合度の観点からみた統合
Author(s)	北島, 雄一郎
Citation	Contemporary and Applied Philosophy (2009), 1: 31-50
Issue Date	2009-12-28
URL	http://dx.doi.org/10.14989/120337
Right	
Type	Journal Article
Textversion	publisher

整合度の観点からみた統合 *

北島雄一郎

概要

Myrvold (2003) has offered a Bayesian account of unification. He defined a measure $U_M(p, q; h)$ of the extent to which a hypothesis h unifies phenomena p and q. According to his proposal, $U_M(p, q; h) > 0$ means that h unifies p and q. He has shown that the Copernican system unifies phenomena of the planets in his sense. Lange (2004) pointed out that $U_M(p, q; h) < 0$ if h is a common cause explanation of phenomena p and q. Therefore this is a different kind of unification from Myrvold's. In the present paper, I examine what these kinds of unification have in common. In order to tackle this problem, I define another measure $U_G(p, q; h)$ of the extent to which h unifies phenomena p and q in terms of Glass' coherence. It is shown that $U_G(p, q; h)$ is positive if h is a common cause explanation of p and q as well as h being the Copernican system.

Keywords: Unification; Coherence; Bayesianism

1　はじめに

地球の周りを惑星が回るというプトレマイオスの理論は、16 世紀に太陽の周りを惑星が回るというコペルニクスの理論に取って代わられた。プトレマイオスの理論からコペルニクスの理論へ移行した理由に関してはいくつかの見解がある。例えば、Kuhn (1959) は惑星運動の定量的な予測に必要とされる周転円や離心円の数はどちらの理論も同じくらいであり、予測の精度もあまり差がないということを指摘したうえで（Kuhn, 1959, p.169)、次のように述べている。

> コペルニクス自身が認めているように、太陽中心の天文学の本当の魅力は実用的というよりも美的なものであった。天文学者たちにとって、コペルニクスの体系をとるかプトレマイオスの体系をとるかという最初の選択は趣味の問題でしかありえなかったのであり、趣味の問題は規定したり議論することが何よりもむずかしいものである。にもかかわらず、コペルニクス革命自体が示しているように、趣味の問題は無視できない。幾何学的調和を聞き分ける能力を持つ耳は、コペルニクスの太陽中心の天文学のうちに新しい手際よさと整合性を探り当てることができたのであり、もしその手際よさと整合性が認められなかったとしたならば、この革命は

* *CAP* Vol. 1 (2009) pp. 31-50. 受理日 2009.6.2 採用日 2009.12.18 採用カテゴリ: 研究論文（原著論文） 掲載日: 2009.12.28

なかったかもしれない[*1]。(Kuhn, 1959, p.172)

Kuhn (1956) による「コペルニクスの体系をとるかプトレマイオスの体系をとるかという最初の選択は趣味の問題」であるという見解に対して、Myrvold (2003) は、このような結論は時期尚早であると述べている[*2]。そして、惑星が恒星天を一周する周期と惑星が逆行を繰り返す周期は、プトレマイオスの理論では無関係であったのに対して、コペルニクスの理論では密接に関連しているということを指摘して、コペルニクスの理論の方が惑星の運動に関する事実をより統合していると考えた。

Myrvold (2003) は、こうした統合の考えをベイズ主義の観点から定式化した。そのために、二つの事象がどれくらい関連しているのかという尺度である情報関連度という概念を導入し、仮説のもとでの二つの事象の情報関連度がもとの情報関連度より増えた度合いを統合度と考えた。統合度が正であるとき、二つの事象は仮説によって統合されたと考えることになる。ここでは、Myrvold (2003) の意味での統合を M 統合とよぼう。Myrvold (2003) は、この考え方を用いてプトレマイオスの理論とコペルニクスの理論を分析し、コペルニクスの理論の方が惑星の運動に関する事実をより M 統合しているということを示している。

Myrvold (2003) は、ベイズ主義の観点を導入することによって、上で述べたような新たな種類の統合を見いだしたが、統合には他の種類もある。例えば、惑星に関するケプラーの法則や自由落下に関するガリレオの法則は、ニュートンの理論から導かれる。このとき、ケプラーの法則とガリレオの法則はニュートンの理論によって統合されたと考えられる。Mylvold (2003) がすでに暗黙のうちに認めている (Mylvold, 2003, p.418) ように、この統合は M 統合ではない[*3]。

また Lange (2004) は、二つの事象が共通原因によって説明される場合、共通原因が二つの事象を統合していると考えた (Lange, 2004, pp.212-214)。Lange (2004) と Schupbach (2005) が示しているように、この統合も M 統合とは異なる。

したがって、h が p と q を統合したというとき、少なくとも以下の三つの種類の統合があると考えられる。

- h がコペルニクスの天文学、p と q が惑星の運動に関する現象である場合
- 二つの法則 p と q がより一般的な法則 h から演繹される場合
- h が p と q の共通原因である場合

本稿では、こうした様々な統合の共通点は何であるのかという問題を考える。2 節で、Myrvold (2003) によって提示された M 統合の概念と、それに対する Lange (2004) の批判と Schupbach (2005) の擁護を概観する。3 節で、二つの事象が整合的である度合いを表す整合度について考え、

[*1] 訳は内井 (1995) の pp.141-142 を多少変更して使用した。

[*2] Myrvold (2003) と同様に、内井 (1995) も Kuhn (1959) の見解に反対している。内井 (1995) は、「「均衡」とか「調和」という名目の元で、いくつもの現象がひとつの原因から説明されるとコペルニクスは言っている」と指摘し、「多様な事実を統一的に説明できるという見通し」は「ある科学理論が有望であるかどうかを見分けるための一つの本質的な基準ではなかろうか」と述べている (内井, 1995, p.142)。Myrvold (2003) による試みは、こうした見解をベイズ主義的に定式化する試みとみなせるだろう。

[*3] この点は査読者に指摘していただいた。

Myrvold (2003) の情報関連度は整合度としてみなせるということを指摘する。そして、この整合度と Glass (2005) によって定義された整合度を比較検討し、これらの整合度は違う種類であることを確認する。4 節では、ある仮説を考えたとき、その仮説を考えないときより二つの事象が整合的になった場合、その仮説は二つの事象を統合したと考え、Glass (2005) によって定義された整合度を用いて、Myrvold (2003) の場合と同様な統合度を定義する。この統合度が正になるとき仮説によって二つの事象は統合されたと解釈し、この意味での統合を G 統合とよぶ（定義 14)。そして、上で挙げた三つの事例における h はすべて p と q を G 統合しているということを示す。つまり、上で挙げた統合の共通点は G 統合であるということになる。

2 Myrvold (2003) による統合

2.1 定義と具体例

Myrvold (2003) は、ある仮説を考えたほうがその仮説を考えない場合より複数の事象の関連度が大きくなる場合、その仮説によってそれらの事象は統合されたと解釈した。そして、事象 p と q の関連度は、p と q の確率的な相関に依存すると考えた[*4]。具体的には、二つの事象の情報関連度や仮説による統合度を次のように定義している。

定義 1 (Myrvold, 2003, p.410). 事象 p と q の情報連関度 $I(p,q)$ を

$$I(p,q) = \log_2 \frac{Pr(p|q)}{Pr(p)}$$

とする[*5]。仮説 h による事象 p と q の統合度を

$$U_M(p,q;h) = \log_2 \frac{Pr(p|q \wedge h)}{Pr(p|h)} - \log_2 \frac{Pr(p|q)}{Pr(p)}$$

とする。本稿では、$U(p,q;h) > 0$ であるとき、h は p と q を M 統合するとよぶことにする。

Myrvold (2003) は、M 統合をコペルニクスの天文学とプトレマイオスの天文学の比較に応用している。

例 2. h_c としてコペルニクスの天文学、h_p としてプトレマイオスの天文学、r_m を火星の平均恒星周期が 1.88 年であるという事実、p_m を火星の平均会合周期が 2.14 年であるという事実としよう[*6]。コペルニクスの天文学では、惑星の平均恒星周期を決めると平均会合周期を決めることができるが、プトレマイオスの天文学は平均恒星周期と平均会合周期は独立のパラメータである（*Myrvold,*

[*4] 情報関連度の特徴付けに関しては、Myrvold (2003) の pp.409-410 と pp.420-422 を参照。

[*5] 本稿では背景知識のもとでの x の確率を $\Pr(x)$、背景知識と y のもとでの x の確率を $\Pr(x|y)$ と表記する。また、確率は信念の度合いと解釈する。

[*6] 惑星は恒星の間を順行しているが、時々逆行する。惑星が恒星天を一周する時間を平均恒星周期、逆行が繰り返される時間を平均会合周期という（高橋, 1993, p.125)。

2003, p.406; cf. 高橋*, 1993, pp.187-188*)。また、r_m と p_m は無関係であると考えられるので、$Pr(r_m \wedge p_m) \approx Pr(r_m)Pr(p_m)$ とする。

このとき、

$$\mathrm{Pr}(p_m|r_m \wedge h_c) = 1$$

$$\mathrm{Pr}(r_m \wedge p_m|h_p) \approx \mathrm{Pr}(r_m|h_p)\mathrm{Pr}(p_m|h_p)$$

と考えられるので、

$$U_M(r_m, p_m; h_c) = \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(p_m|r_m \wedge h_c)}{\mathrm{Pr}(p_m|h_c)} - \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(r_m|p_m)}{\mathrm{Pr}(r_m)} \approx \log_2 \frac{1}{\mathrm{Pr}(p_m|h_c)} \tag{1}$$

$$U_M(r_m, p_m; h_p) = \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(p_m|r_m \wedge h_p)}{\mathrm{Pr}(p_m|h_p)} - \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(r_m|p_m)}{\mathrm{Pr}(r_m)} \approx 0 \tag{2}$$

となる。コペルニクスの天文学だけからは火星の平均会合周期を見積もることはできないと考えられるので $\mathrm{Pr}(p_m|h_c)$ はとても小さい。つまり、$\log_2(1/\mathrm{Pr}(p_m|h_c))$ はとても大きい（Myrvold, 2003, p.414)。したがって、$U_M(r_m, p_m; h_c) > U_M(r_m, p_m; h_p)$ となり、コペルニクスの天文学の方がプトレマイオスの天文学より r_m と p_m を M 統合していることになる。

しかし、h_p を h_c と比べるだけでは不十分である。プトレマイオスはさらに次のような条件を考えていたからだ。

> 外惑星、つまり火星、木星、土星に対して、惑星と周転円の中心を結んだ線は地球から太陽への方向と、常に平行になっている。一方、内惑星、つまり水星、金星に対して、地球から惑星の周転円の中心へ引いた線は太陽と交わる。(Myrvold, 2003, p.415)

この条件を含めた h_p を h_{sp} とする。h_c の場合と同様に、h_{sp} のもとでは r_m が得られるということは p_m が得られるということと同値である（Myrvold, 2003, p.415; cf. 高橋, 1993, pp.132-134)。したがって、$\mathrm{Pr}(r_m|h_{sp} \wedge p_m) = \mathrm{Pr}(p_m|h_{sp} \wedge r_m) = 1$ である。よって、

$$U_M(p_m, r_m; h_{sp}) = \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(r_m|h_{sp} \wedge p_m)}{\mathrm{Pr}(r_m|h_{sp})} - \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(r_m|p_m)}{\mathrm{Pr}(r_m)} \approx \log_2 \frac{1}{\mathrm{Pr}(r_m|h_{sp})}$$

となる。h_c と同様に、h_{sp} は惑星の平均会合周期に関する量的な情報を含んでいないので、$\mathrm{Pr}(r_m|h_{sp})$ の値は小さいと考えられる。

$$\mathrm{Pr}(r_m|h_{sp}) \approx \mathrm{Pr}(r_m|h_c) \tag{3}$$

とすると、(1) 式と (3) 式より、

$$U_M(p_m, r_m; h_{sp}) \approx U_M(p_m, r_m; h_c)$$

となり、h_{sp} と h_c の統合度はほとんど同じことになる[*7]。

[*7] $U_M(p_m, r_m; h_{sp}) \approx U_M(p_m, r_m; h_c)$ ということを導く際、(3) 式を仮定したが、Myrvold (2003) はこのことを明示的には述べていない。しかし、以下に示すように、Myrvold (2003) は (6) 式（Myrvold (2003) の (17) 式）を導く際この条件を暗黙のうちに仮定していたと考えられる。

Myrvold (2003) は、h_c の方が h_{sp} より好ましいベイズ主義的な理由を次のように述べている。$\Pr(p_m|h_{sp} \wedge r_m) = 1$ だから、

$$\frac{\Pr(h_{sp}|p_m \wedge r_m)\Pr(p_m \wedge r_m)}{\Pr(h_{sp})\Pr(r_m|h_{sp})} = 1 \tag{4}$$

である。同様に $\Pr(p_m|h_c \wedge r_m) = 1$ だから、

$$\frac{\Pr(h_c|p_m \wedge r_m)\Pr(p_m \wedge r_m)}{\Pr(h_c)\Pr(r_m|h_c)} = 1 \tag{5}$$

である。(3) 式、(4) 式、(5) 式より、

$$\frac{\Pr(h_{sp}|p_m \wedge r_m)}{\Pr(h_{sp})} \approx \frac{\Pr(h_c|p_m \wedge r_m)}{\Pr(h_c)} \tag{6}$$

となる（Myrvold (2003) の (17) 式)。ここで、

$$\Pr(h_p) \approx \Pr(h_c)$$

と仮定しよう（Myrvold (2003) の (18) 式)。h_{sp} は h_p にさらに上で述べた条件を加えたものだから、$\Pr(h_{sp}) \leq \Pr(h_p)$ である。$\Pr(h_{sp}) = \Pr(h_p)$ と考えることは、上で述べた条件が成り立たないと考えることになる。しかし、上で述べた条件が成り立たない可能性があると考えるほうが自然であるから、

$$\Pr(h_{sp}) \ll \Pr(h_p) \tag{7}$$

となる（Myrvold (2003) の (19) 式)。(3) 式、(6) 式、(7) 式より、

$$\Pr(h_{sp}|p_m \wedge r_m) \ll \Pr(h_c|p_m \wedge r_m) \tag{8}$$

である。つまり、p_m と r_m という証拠が得られたら、h_c の方がはるかに高い確率をとる。よって、r_m と p_m の統合度がおなじであっても、h_c の方が h_{sp} より好ましい仮説であることになる。

2.2 M 統合への Lange (2004) による批判と Schupbach (2005) による擁護

Lange (2004) は h が p と q を M 統合している場合でも h が p と q を統合しているとは考えられない場合があるということと、h が p と q を M 統合していなくても h が p と q を統合していると考えられる場合があるということを指摘して、M 統合を批判した。それに対して Schupbach (2005) は、

- Lange (2004) は h が p と q を M 統合しているということと h が p と q を説明していることを同一視しているが、その見方は正しくない
- 統合には様々な種類があり、M 統合はその一つである

ということを指摘して、M 統合を擁護した。この節では、これらの議論を簡単に概観する。そして、本稿では Schupbach (2005) によって提示された見解を受け入れることにする。

Lange (2004) は、$U_M(p,q;h)>0$ であるとしても、h は p と q を統合しているとは限らないような例を提示した。

例 3 (Lange, 2004, p.208). p を「火曜日にエリザベス女王が王位についた」という事象、q を「月の裏側の地表に露出した玄武岩がある」という事象、h を「p ならば q」とする。また、$Pr(p)Pr(q)=Pr(p\wedge q)$ とする。このとき、

$$U_M(p,q;h)=\log_2\frac{Pr(h)}{Pr(q)}$$

であり、$Pr(h)=Pr(\neg p\vee q)\geq Pr(q)$ であるから、$U_M(p,q;h)\geq 0$ である。

Schupbach (2005) によれば、これが反例に見えるのは、証拠を統合する仮説は、その証拠を説明するという前提があるからである。説明を特徴付ける性質はいくつもあり、統合はその中の一つにすぎない。証拠を統合している仮説も、説明を特徴付けるほかの性質が欠けているならば、証拠を説明するとは限らない。このように考えるならば、この事例は M 統合に対する反例とはならない (Schupbach, 2005, p.600)。本稿でも Schupbach (2005) の見解を受け入れ、ある仮説がいくつかの事象を統合しているということは、その仮説がそれらの事象を説明していることを特徴づける一つの性質にすぎないと考える。

Lange (2004) は、$U_M(p,q;h)<0$ であっても h が p と q を統合していると考えられる場合があるということも指摘した。

例 4 (Lange, 2004, pp.212-213). h を「太郎は全身性紅斑性狼瘡である」という仮説、p を「太郎は胸膜炎にかかっている」という証拠、q を「太郎はほおに発疹ができている」という証拠としよう。h は p と q の確率的な相関を説明している。$Pr(p)=0.055$、$Pr(q)=0.050$、$Pr(q|p)=0.297$、$Pr(h)=0.035$、$Pr(p|q\wedge h)=Pr(p|h)=0.500$、$Pr(q|p\wedge h)=Pr(q|h)=0.650$ とする。

例 4 は、p と q の確率的な相関を h という仮説によって説明しているという事例である。医者は仮説 h は p と q を統合していると考えるだろう。しかし

$$U_M(p,q;h)=\log_2 1-\log_2(0.297/0.050)\approx -2.57<0$$

だから、h は p と q を M 統合しない。

より一般的な共通原因も考えよう。確率的に相関した二つの事象 p と q に対して共通原因 h が存在することがある。Reichenbach (1956) は、そのような共通原因 h は次の条件を満たすと考えた。

$$0<\mathrm{Pr}(h)<1 \tag{9}$$

$$\mathrm{Pr}(p\wedge q|h)=\mathrm{Pr}(p|h)\mathrm{Pr}(q|h) \tag{10}$$

$$\mathrm{Pr}(p\wedge q|\neg h)=\mathrm{Pr}(p|\neg h)\mathrm{Pr}(q|\neg h) \tag{11}$$

$$\mathrm{Pr}(p|h)>\mathrm{Pr}(p|\neg h) \tag{12}$$

$$\mathrm{Pr}(q|h)>\mathrm{Pr}(q|\neg h) \tag{13}$$

(10) 式と (11) 式は、p と q が確率的に相関していても、共通原因 h を考えることによって、その相関が消えるということを表している。(12) 式と (13) 式は、共通原因があるときの方が共通原因がないときより、p や q の確率が大きくなるということを表している。ライヘンバッハの共通原因の例として、次のようなものがある。

例 5 (Salmon, 1984, pp.161-162). 磁石が埋め込まれているさいころ a とさいころ b があるとする。さいころ a とさいころ b を振るテーブルの下には強力な電磁石が内蔵されており電磁石のスイッチが入っているとき、さいころ a とさいころ b の目が 1 である確率は共に 1/2 であり、電磁石のスイッチが切れているとき、さいころ a とさいころ b の目が *1* である確率は共に 1/6 であるとする。また、電磁石のスイッチが入っている確率は 1/2 であり、電磁石のスイッチが入っていない確率は 1/2 であるとする。さいころ a とさいころ b を十分に離して、さいころ a とさいころ b は互いに影響を及ばさないようにして同時に振る。p を「さいころ a の目が 1 である」という命題、q を「さいころ b の目が 1 である」という命題、h を「電磁石のスイッチが入っている」という命題とする。このとき、

$$Pr(p) = Pr(q) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$$

$$Pr(p \wedge q) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{6} \times \frac{1}{6}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{36}$$

だから、$Pr(p \wedge q) > Pr(p)Pr(q)$ となり p と q は確率的に相関している。一方、さいころ a とさいころ b は互いに影響を及ぼすことはなく、テーブルの下に内蔵された電磁石にのみ影響されるのだから、

$$Pr(p \wedge q|h) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \qquad Pr(p|h) = Pr(q|h) = \frac{1}{2}$$

$$Pr(p \wedge q|\neg h) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \qquad Pr(p|\neg h) = Pr(q|\neg h) = \frac{1}{6}$$

となる。

例 5 における h は (9) 式から (13) 式を満足するので、これはライヘンバッハの共通原因である。以下の命題 6 によれば、h が p と q のライヘンバッハの共通原因であるときも、h は常に p と q を M 統合しない。

命題 6 (Schupbach, 2005, p.606). *(9)* 式、*(10)* 式、*(11)* 式、*(12)* 式、*(13)* 式が成り立つならば、$U_M(p, q; h) < 0$ である。

証明. (9) 式と (10) 式と (11) 式より、

$$\begin{aligned} \mathrm{Pr}(p \wedge q) &= \mathrm{Pr}(p \wedge q|h)\mathrm{Pr}(h) + \mathrm{Pr}(p \wedge q|\neg h)\mathrm{Pr}(\neg h) \\ &> \mathrm{Pr}(p|h)\mathrm{Pr}(q|h)\mathrm{Pr}(h) + \mathrm{Pr}(p|\neg h)\mathrm{Pr}(q|\neg h)\mathrm{Pr}(\neg h) \end{aligned}$$

となる。また、

$$\mathrm{Pr}(p) = \mathrm{Pr}(p|h)\mathrm{Pr}(h) + \mathrm{Pr}(p|\neg h)\mathrm{Pr}(\neg h)$$

$$\Pr(q) = \Pr(q|h)\Pr(h) + \Pr(q|\neg h)\Pr(\neg h)$$

だから、

$$\begin{aligned} &\Pr(p \wedge q) - \Pr(p)\Pr(q) \\ &> \Pr(h)\Pr(\neg h)(\Pr(p|h) - \Pr(p|\neg h))(\Pr(q|h) - \Pr(q|\neg h)) \end{aligned} \tag{14}$$

となる。(9) 式、(12) 式、(13) 式、(14) 式より、

$$\Pr(p \wedge q) > \Pr(p)\Pr(q) \tag{15}$$

である（cf. Reichenbach, 1956, pp.159-160)。(10) 式と (15) 式より、

$$U_M(p, q; h) = \log_2 \frac{\Pr(p \wedge q|h)}{\Pr(p|h)\Pr(q|h)} - \log_2 \frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p)\Pr(q)} < 0$$

となる。 □

Schupbach (2005) は以下の二つの議論に基づいて、二つの事象の共通原因がそれらの事象を M 統合しないということは、M 統合の反例ではないと考えている。

- 例 3 の下で述べたように、統合は説明を特徴付ける性質のひとつにすぎない。したがって、仮説が二つの事象を統合していなくても、その仮説が二つの事象を説明していないということにはならない。例 4 において医者が h という説明を好むのは

$$\Pr(h|p \wedge q) = \frac{\Pr(p|q \wedge h)\Pr(q|h)\Pr(h)}{\Pr(q|p)\Pr(p)} = \frac{0.500 \times 0.650 \times 0.035}{0.297 \times 0.055} \approx 0.7$$

  であり、$\Pr(h|p \wedge q)$ の値が大きいからである（Schupbach, 2005, p.605)。
- 統合には様々な種類がある。二つの事象を共通原因によって統合するという種類もあるが、そうでない種類の統合もある。例 4 や命題 6 は M 統合が後者の立場であるということを示しているだけである（Schupbach, 2005, p.606)。

本稿でも、 Schupbach (2005) が提示した議論を受け入れることにする。Myrvold (2003)、Lange (2004)、Schupbach (2005) らによる一連の議論を通して明らかになったのは、h が p と q を統合するというとき、少なくとも h が p と q を M 統合するという場合と、h が p と q の共通原因である場合があるということである。

他の種類の統合もある。例えば、惑星に関するケプラーの法則や自由落下に関するガリレオの法則は、ニュートンの理論から導かれる。このとき、ケプラーの法則とガリレオの法則はニュートンの理論によって統合されたと考えられる。より一般的に述べると、h から p と q が演繹的に導かれるときも、h が p と q を統合したと考えられるだろう。Mylvold (2003) が「仮説 h によって含意されているような二つの証拠は h のもとで互いに情報的に無関係である」(Mylvold, 2003, p.418) と述べているように、この場合

$$U_M(p, q; h) = \log_2 \frac{\Pr(p \wedge q|h)}{\Pr(p|h)\Pr(q|h)} - \log_2 \frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p)\Pr(q)} = -\log_2 \frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p)\Pr(q)}$$

となるので、h が p と q を M 統合するとは限らない。つまり、この種類の統合も M 統合とは異なる種類である。

まとめると、h が p と q を統合するというとき、少なくとも三つの種類の統合があると考えられる。

- h がコペルニクスの天文学、p と q が惑星の運動に関する現象である場合
- h が p と q の共通原因である場合
- 二つの法則 p と q がより一般的な法則 h から演繹される場合

4 節では、これら三つの種類の統合の共通点を考える。

3 整合度

3.1 二種類の整合度

4 節において様々な統合の共通点を考えるが、この節ではその準備として整合度について考える。

二つの事象 p と q の整合度は、いくつか提案されている。例えば、Olsson (2002) や Glass (2005) によって、提案された

$$C_{OG}(p,q) := \frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p \vee q)}$$

は整合度の一つである。この整合度は、p と q の「重なり合いの度合い」によって整合度は決まるという直観に基づいている（Glass, 2005, p.379）。この整合度の他には確証度を用いて定義される整合度 $C_{con}(p,q)$ がある。仮説 q の確率 $\Pr(q)$ が証拠 p によって $\Pr(q|p)$ に上がったら、証拠 q によって仮説 p は確からしくなったと考えられるだろう。よって、証拠 p が仮説 q を確証する度合いを表す確証度 $\mathfrak{c}(p,q)$ は、

$$\begin{aligned} &\mathfrak{c}(p,q) > 0 \qquad (\Pr(q|p) > \Pr(q)) \\ &\mathfrak{c}(p,q) = 0 \qquad (\Pr(q|p) = \Pr(q)) \\ &\mathfrak{c}(p,q) < 0 \qquad (\Pr(q|p) < \Pr(q)) \end{aligned} \tag{16}$$

という条件をみたさなければならない。$C_{con}(p,q)$ は p が q を確証する度合いと q が p を確証する度合いの平均として定義される（Douven and Meijs, 2007, Definition 3.1）。

$$C_{con}(p,q) := \frac{1}{2}(\mathfrak{c}(p,q) + \mathfrak{c}(q,p)) \tag{17}$$

例えば、$\log_2(\Pr(q|p)/\Pr(q))$ は確証度の一つである[*8]（cf. Milne, 1996）。

$$\frac{1}{2}\left(\log_2 \frac{\Pr(q|p)}{\Pr(q)} + \log_2 \frac{\Pr(p|q)}{\Pr(p)}\right) = \log_2 \frac{\Pr(q|p)}{\Pr(q)}$$

だから、Myrvold (2003) が定義した情報関連度 $I(p,q) = \log_2(\Pr(q|p)/\Pr(q))$ は (17) 式のように定義された整合度とみなすこともできる。

Bovens and Olsson (2000) によれば、整合度は

[*8] $\log_2(\Pr(q|p)/\Pr(q))$ 以外の確証度 $\mathfrak{c}(p,q)$ として $\Pr(q|p) - \Pr(q)$ や $\log(\Pr(p|q)/\Pr(p|\neg q))$ などがある。

- 目立った一致（striking agreement）の尺度
- 一致（agreement）の尺度

という二つの種類がある（Bovens and Olsson, 2000, pp.688-689)。彼らは、この二種類の整合度を分類するために、次のような定義を与えた。

定義 7 (Bovens and Olsson, 2000, p.688). 整合度 $C(p,q)$ が以下の条件を満足するとき、$C(p,q)$ は一致の尺度としての整合度である。

$Pr(p_1|q_1) < Pr(p_2|q_2)$ かつ $Pr(q_1|p_1) < Pr(q_2|p_2)$ ならば $C(p_1,q_1) < C(p_2,q_2)$ となる。

$\mathrm{Pr}(p_1|q_1) < \mathrm{Pr}(p_2|q_2)$ かつ $\mathrm{Pr}(q_1|p_1) < \mathrm{Pr}(q_2|p_2)$ であるとき、

$$\begin{aligned} C_{OG}(p_1,q_1) &= \frac{\mathrm{Pr}(p_1 \wedge q_1)}{\mathrm{Pr}(p_1 \vee q_1)} = \frac{1}{1/\mathrm{Pr}(q_1|p_1) + 1/\mathrm{Pr}(p_1|q_1) - 1} \\ &< \frac{1}{1/\mathrm{Pr}(q_2|p_2) + 1/\mathrm{Pr}(p_2|q_2) - 1} = \frac{\mathrm{Pr}(p_2 \wedge q_2)}{\mathrm{Pr}(p_2 \vee q_2)} = C_{OG}(p_2,q_2) \end{aligned}$$

となるから、$C_{OG}(p,q)$ は一致の尺度である。

p_1 という命題より p_2 という命題の方が情報を特定していれば、p_1 の確率のほうが p_2 の確率より小さくなる。例えば、さいころを振ったら 1 の目が出るという命題はサイコロを振ったら奇数がでるという命題より情報を特定していて、前者の確率のほうが後者の確率より小さい。定義 7 では、$\mathrm{Pr}(p_1)$ や $\mathrm{Pr}(q_1)$ といった事象単独の確率ではなく、$\mathrm{Pr}(p_1|q_1)$ といった条件付き確率にのみ注目して整合度の大きさを比較している。つまり、一致の尺度は、情報をどれだけ特定しているかを無視した上で、二つの命題が整合的である度合いを考えているとみなすことができる。このことを明確にするために次のような例も考えよう。

例 8 (Bovens and Olsson, 2000, pp.688-689). 1 から 100 までの数字が出るルーレットがあり、どの数字が出る確率も 1/100 である。p_1 を「49 か 50 が出る」、q_1 を「50 か 51 が出る」という命題とする。p_2 を「1 から 70 までのどれかが出る」、q_2 を「31 から 100 までのどれかが出る」という命題とする。

例 8 において、

$$C_{OG}(p_1,q_1) = \frac{\mathrm{Pr}(p_1 \wedge q_1)}{\mathrm{Pr}(p_1 \vee q_1)} = \frac{1}{3} < \frac{2}{5} = \frac{\mathrm{Pr}(p_2 \wedge q_2)}{\mathrm{Pr}(p_2 \vee q_2)} = C_{OG}(p_2,q_2) \tag{18}$$

だから、$C_{OG}(p,q)$ の観点からみると、p_1 と q_1 の整合度より p_2 と q_2 の整合度の方が大きい。これは、p_2 も q_2 も出る数をあまり特定していないが、31 から 70 という多くの部分が重なっているから p_2 と q_2 の方が整合的であるとみなしていると解釈できる。

一方、例 8 において、

$$\mathrm{Pr}(p_1|q_1) = \mathrm{Pr}(q_1|p_1) = \frac{1}{2} < \frac{4}{7} = \mathrm{Pr}(p_2|q_2) = \mathrm{Pr}(q_2|p_2)$$

であるが、

$$I(p_1, q_1) = \log_2 \frac{\Pr(p_1|q_1)}{\Pr(p_1)} = \log_2 25 > \log_2 \frac{40}{49} = \log_2 \frac{\Pr(p_2|q_2)}{\Pr(p_2)} = I(p_2, q_2) \tag{19}$$

であるので、$I(p,q)$ は一致の尺度ではなく目立った一致の尺度である。(19) 式は、p_1 も q_1 も出る数を二つの数に特定しており、その上 50 という数が重なっているから p_1 と q_1 の方が整合的であるとみなしていると解釈できる。つまり、目立った一致の尺度は、情報をどれだけ特定しているかを考慮した上で、二つの命題が整合的である度合いを考えているとみなすことができる。

本稿では、整合度には少なくともこの二つの種類の整合度があり、どちらが妥当であるかという問いは無意味であるという立場をとることにする。そして、4 節では、$C_{OG}(p,q)$ を整合度として採用し統合度を定義する。

しかし、$C_{OG}(p,q)$ という整合度に対して次のような反論があるかもしれない[*9]。例 8 において、$\Pr(p_2)$ と $\Pr(q_2)$ の値が大きいならば重なりも大きくなる、つまり $C_{OG}(p_2,q_2)$ も大きくなるのは当たり前だから、$\Pr(p_1)$ と $\Pr(p_2)$ の値が違うような場合、単純に p_1 と q_1 の重なりを p_2 と q_2 の重なりと比べても意味がないのではないか？この反論は、整合度を目立った一致の尺度と解釈した上での反論である。上で述べたように、整合度には二種類ある。情報をどれだけ特定しているかについては考慮しない、つまり p_1 や p_2 といった単独の事象の確率を考慮しない一致の尺度としての整合度を考えれば、例 8 のように、$\Pr(p_1)$ と $\Pr(p_2)$ の値が違うような場合も、事象の重なりの大きさを比べることは意味があるだろう。しかし、これに対して、さらに次のような反論が考えられる。

1. 定義 7 は、$\Pr(p_1)$ や $\Pr(p_2)$ といった事象単独の確率を考慮していない。そのこと自体が問題であり、この条件を満足している $C_{OG}(p,q)$ は整合度としてふさわしくないのではないか？
2. p と q が整合的である度合いを「重なりの度合い」として捉える $C_{OG}(p,q)$ は、p と q の間にどのような関係があるかに関わらず、p と q の確率が大きくなれば、整合度も大きくなってしまう。この事実は整合度として問題なのではないか？

一つめの問題は 3.2 節で、二つめの問題は 3.3 節で考える。

3.2 p が q を含意するときの p と q の整合度

この節では、p と q の整合度は $\Pr(p)$ と $\Pr(q)$ に依存すべきであるという要請をもとに、$C_{OG}(p,q)$ より $I(p,q)$ の方が妥当な整合度であると結論できないということを示す。そのために、p が q を含意するとき p と q の整合度が、$\Pr(p)$ と $\Pr(q)$ にどのように依存するかを調べる。

p が q を含意している場合 p と q の整合度は常に同じ値をとらなければならないという立場（cf. Akiba, 2000, p.357）がある。しかし、Shogenji (2001) は、p ならば q_1、p ならば q_2 という含意関係が成り立っているとき、$\Pr(q_1)$ と $\Pr(q_2)$ の値が違うのであれば、p と q_1 の整合度は p と q_2 の整合度と異なると考えるほうが自然であることを、次のような説得的な例によって示した。

[*9] このことは、査読者に指摘していただいた。

例 9 (Shogenji, 2001, pp.148-149). p を「この化石は *6400* 万年前から *6600* 万年前の間に堆積した」という命題、q_1 を「この化石は *6300* 万年前から *6700* 万年前の間に堆積した」という命題、q_2 を「この化石は *10* 年以上前に堆積した」という命題とする。$Pr(q_1) < Pr(q_2)$ とする。

この例において、p と q_1 の整合度は p と q_2 の整合度と違うと考えることは自然であろう。
例 9 と同様な以下の例も考えよう。

例 10. p_1 を「この化石は *6400* 万年前から *6600* 万年前の間に堆積した」という命題、p_2 を「この化石は *11* 年以上前に堆積した」という命題、q を「この化石は *10* 年以上前に堆積した」という命題とする。$Pr(p_1) < Pr(p_2)$ とする。

この例においても、p_1 と q の整合度は p_2 と q の整合度と違うと考えることは自然であろう。そこで、例 9 と例 10 に基づいて、次のような条件を考える。

条件 α　p_1 ならば q_1、p_2 ならば q_2 という含意関係が成り立っているとする。$\mathrm{Pr}(p_1)$ と $\mathrm{Pr}(p_2)$ の値が違う、もしくは $\mathrm{Pr}(q_1)$ と $\mathrm{Pr}(q_2)$ の値が違うのであれば、p_1 と q_1 の整合度は p_2 と q_2 の整合度と違う値をとる。

条件 α は、p と q の整合度は $\mathrm{Pr}(p)$ や $\mathrm{Pr}(q)$ に依存すべきであるという要請を反映したものである。次の例 11 より、$C_{OG}(p,q)$ は条件 α を満足しないことが分かる。

例 11 (Glass, 2006, p.378, p.380). p_1 を「六面体のさいころをふって 2 が出る」という命題、q_1 を「六面体のさいころをふって 2 か 4 が出る」という命題、p_2 を「十二面体のさいころをふって 2 が出る」という命題、q_2 を「十二面体のさいころをふって 2 か 4 が出る」という命題とする。このとき、$Pr(p_1|q_1) = Pr(p_2|q_2) = 1/2$、$Pr(q_1|p_1) = Pr(q_2|p_2) = 1$、$Pr(p_1) = 1/6$、$Pr(p_2) = 1/12$ となる。

この例において、

$$I(p_1,q_1) = \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(p_1|q_1)}{\mathrm{Pr}(p_1)} = \log_2 3 < \log_2 6 = \frac{\mathrm{Pr}(p_2|q_2)}{\mathrm{Pr}(p_2)} = I(p_2,q_2)$$

$$\begin{aligned} C_{OG}(p_1,q_1) &= \frac{\mathrm{Pr}(p_1 \wedge q_1)}{\mathrm{Pr}(p_1 \vee q_1)} = \frac{1}{1/\mathrm{Pr}(p_1|q_1) + 1/\mathrm{Pr}(q_1|p_1) - 1} = \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{1/\mathrm{Pr}(p_2|q_2) + 1/\mathrm{Pr}(q_2|p_2) - 1} = \frac{\mathrm{Pr}(p_2 \wedge q_2)}{\mathrm{Pr}(p_2 \vee q_2)} = C_{OG}(p_2,q_2) \end{aligned}$$

となる。つまり、$C_{OG}(p,q)$ は同じ値になるので、$C_{OG}(p,q)$ は条件 α を満足しない。しかし、このことを根拠に $C_{OG}(p,q)$ が妥当でない結論することはできない。なぜなら以下の例 12 から分かるように、p_1 ならば q、p_2 ならば q という含意関係が成り立っていて、$\mathrm{Pr}(p_1)$ と $\mathrm{Pr}(p_2)$ の値が違うにもかかわらず、$I(p_1,q)$ の値が $I(p_2,q)$ の値と等しくなってしまう場合があるからだ。

例 12 (Gillies, 1986, p.112). e_i を「i 番目に観察したカラスは黒い」という命題とする。p_1 を $e_1 \wedge e_2 \wedge \cdots \wedge e_{100} \wedge e_{101}$、$p_2$ を「任意の自然数 i に対して e_i」、q を $e_1 \wedge e_2 \wedge \cdots \wedge e_{100}$ とする。ま

た、$Pr(p_1) > Pr(p_2)$ とする[*10]。

100 羽のカラスを観察して全て黒かったとしよう。このとき、次に観察するカラスも黒いという仮説の方が、全てのカラスは黒いという仮説より確からしく思われる。したがって、例 12 において、p_1 と q の整合度の方が p_2 と q の整合度より大きいように思われる。

例 12 において、p_1 ならば q、p_2 であれば q であり、$\mathrm{Pr}(p_1) > \mathrm{Pr}(p_2)$ であるが、

$$I(p_1, q) = \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(q|p_1)}{\mathrm{Pr}(q)} = \log_2 \frac{1}{\mathrm{Pr}(q)} = \log_2 \frac{\mathrm{Pr}(q|p_2)}{\mathrm{Pr}(q)} = I(p_2, q)$$

となり、$I(p, q)$ の値は変わらない[*11]。

p と q の整合度は $\mathrm{Pr}(p)$ や $\mathrm{Pr}(q)$ に依存すべきであると考えるならば、条件 α をみたさなければならない。しかし、$C_{OG}(p, q)$ と同様に $I(p, q)$ も条件 α を満足していない。したがって、p と q の整合度は $\mathrm{Pr}(p)$ や $\mathrm{Pr}(q)$ に依存すべきであるという要請をもとに、$C_{OG}(p, q)$ より $I(p, q)$ の方が妥当な整合度であると結論することはできない。

3.3 $\mathrm{Pr}(q) = 1$ であるときの p と q の整合度

次に、3.1 節の最後で述べた二つめの問題、事象 p と q の確率が大きい場合、特に $\mathrm{Pr}(q) = 1$ であるとき、$C_{OG}(p, q)$ の値も大きくなるという問題を考える。そのために、Glymour (1980) が指摘した次のような状況に注目する。

> 科学者は一般に自分の理論を、その理論が導入されるずっと前から知られていた証拠を用いて擁護する。コペルニクスは彼の理論から導かれるびっくりさせるような新しい予言に基づいてではなく、千年以上にわたって為された観察を使って、その理論を擁護した。そしておそらく、そのような議論に基づいて、コペルニクスは彼の初期の弟子から支持を得たのだ。ニュートンは、プリンキピアが出版される前に確立されていたケプラーの第二法則と第三法則を使って万有引力を擁護した。アインシュタインが 1915 年重力場の方程式に関して行った議論は、その方程式が水星の近日点の異常な移動を説明するというものである。そして、その現象は半世紀以上も前に確立されたものであった。(Glymour, 1980, pp.85-86)

この引用の中の三つめの事例を考えよう。

例 13. p_1 をアインシュタインによる重力場の方程式、p_2 を「独身の男は結婚していない」という命題、q を水星の近日点の異常な移動とする。q は確立されていると考え、$Pr(q) = 1$ とする。また、$Pr(p_2) = 1$ とする。

$\mathrm{Pr}(q) = 1$ のとき、任意の p に対して、$\mathrm{Pr}(p \lor q) = 1$ であり、

$$\mathrm{Pr}(p) = \mathrm{Pr}(p|q)\mathrm{Pr}(q) + \mathrm{Pr}(p|\neg q)\mathrm{Pr}(\neg q) = \mathrm{Pr}(p|q)\mathrm{Pr}(q) + \mathrm{Pr}(p|\neg q)(1 - \mathrm{Pr}(q)) = \mathrm{Pr}(p|q) \quad (20)$$

[*10] Gillies (1986) は、この例をベイズ主義的な確証度の議論をするために提示している。

[*11] $C_{OG}(p, q)$ の場合、例 12 において $C_{OG}(p_1, q) = p_1/q > p_2/q = C_{OG}(p_2, q)$ となり、直観と一致する。

となる[*12]。このとき、

$$\begin{aligned} C_{OG}(p,q) &= \frac{\Pr(p\wedge q)}{\Pr(p\vee q)} = \Pr(p\wedge q) \qquad (\because \Pr(p\vee q)=1) \\ &= \Pr(p|q)\Pr(q) = \Pr(p) \qquad (\because \Pr(q)=1, (20)\text{ 式}) \end{aligned}$$

である。つまり、$\Pr(q)=1$ のとき、$C_{OG}(p,q)$ は $\Pr(p)$ の値にのみ依存して決まってしまう。例 13 において、直観的には p_2 と q は整合的であるとは考えられないが、$C_{OG}(p_2,q)=1$ と最大値をとってしまう。これは、$C_{OG}(p,q)$ という整合度の大きな欠点であると考えられる。

しかし、$\Pr(q)=1$ のとき、$I(p,q)$ も別の種類の欠点を抱えている。$\Pr(q)=1$ のとき、任意の p に対して、(20) 式より

$$\log_2 \frac{\Pr(p|q)}{\Pr(p)} = 0$$

となる。よって、p_1 と q の整合度は p_2 と q の整合度より大きいと直観的には考えられるが、$I(p_1,q)=I(p_2,q)$ となる。つまり、$\Pr(q)=1$ のとき、$C_{OG}(p,q)$ と同様に $I(p,q)$ も問題が生じる。したがって、$\Pr(q)=1$ のとき生じる $C_{OG}(p,q)$ の問題をもとに、$C_{OG}(p,q)$ より $I(p,q)$ の方が妥当な整合度であると結論することはできない。

以上の議論に基づき、本稿では整合度の唯一妥当な定義があるとは考えない。整合度には $I(p,q)$ に代表される目立った一致の尺度と $C_{OG}(p,q)$ に代表される一致の尺度という二つの種類があり、それぞれ固有の問題点を抱えているものの、それらは相補的なものであると考える。

4 G 統合

4.1 定義

この節では、ある仮説を考えたとき、その仮説を考えないときより二つの事象が整合的になった場合、その仮説は二つの事象を統合したと解釈する。3 節で結論したように、整合度には $I(p,q)$ に代表される目立った一致の尺度と $C_{OG}(p,q)$ に代表される一致の尺度という二つの種類があり、両者は相補的である。Myrvold (2003) は前者の整合度をもちいて、統合度を定義した（定義 1）。この節では、後者の整合度 $C_{OG}(p,q)$ をもちいて、統合度を以下のように定義する。

定義 14 (G 統合).

$$U_G(p,q;h) := \frac{Pr(p\wedge q|h)}{Pr(p\vee q|h)} - \frac{Pr(p\wedge q)}{Pr(p\vee q)}$$

とする。$U_G(p,q;h)>0$ であるとき、h は p と q を G 統合するという。

[*12] 例 13 において、水星の近日点の異常な移動 q によってアインシュタインによる重力場の方程式 p_1 は確証されると考えられる。一方、(20) 式によれば、q のもとでの p_1 の確率 $\Pr(p_1|q)$ は、p_1 単独の確率 $\Pr(p_1)$ と等しいので、ベイズ主義的な確証理論によれば q は p_1 を確証したとはみなされない。Glymour (1980) は、この事実をベイズ主義的な確証理論の問題点として指摘した（Glymour, 1980, p.86）。本稿ではこの問題は扱わない。

4.2 コペルニクスの天文学

2.1 節では、コペルニクスの天文学とプトレマイオスの天文学に関する Myrvold (2003) の分析を紹介した。この節では、この事例を G 統合の観点から考えよう。

コペルニクスの天文学において、平均恒星周期を決めれば平均会合周期を決めることができ、平均会合周期を決めれば平均恒星周期を決めることができる（高橋, 1993, pp.187-188)。よって例 2 において、

$$\Pr(r_m|p_m \wedge h_c) = \Pr(p_m|r_m \wedge h_c) = 1$$

だから、

$$\frac{\Pr(r_m \wedge p_m|h_c)}{\Pr(r_m \vee p_m|h_c)} = \frac{1}{1/\Pr(r_m|p_m \wedge h_c) + 1/\Pr(p_m|r_m \wedge h_c) - 1} = 1 \tag{21}$$

となる。また、$\Pr(r_m|p_m) < 1$ かつ $\Pr(p_m|r_m) < 1$ と考えられるので

$$\frac{\Pr(r_m \wedge p_m)}{\Pr(r_m \vee p_m)} = \frac{1}{1/\Pr(r_m|p_m) + 1/\Pr(p_m|r_m) - 1} < 1 \tag{22}$$

である。(21) 式と (22) 式より

$$U_G(r_m, p_m; h_c) = \frac{\Pr(r_m \wedge p_m|h_c)}{\Pr(r_m \vee p_m|h_c)} - \frac{\Pr(r_m \wedge p_m)}{\Pr(r_m \vee p_m)} > 0$$

となるので、h_c は r_m と p_m を G 統合している。

M 統合の時と同様に、$U_G(r_m, p_m; h_{sp}) = U_G(r_m, p_m; h_c) > 0$ となる[*13]が、2.2 節で述べたように統合は説明を特徴付ける性質のひとつにすぎない。h_{sp} より h_c が好まれるのは、(8) 式が成り立つからである。

4.3 二つの法則がより一般的な法則から演繹される場合

h をニュートンの理論、p を惑星運動に関するケプラーの法則、q を自由落下に関するガリレオの法則とする。ガリレオの法則が成立してもケプラーの法則が成立するかどうかは分からない。よって、$\Pr(p|q) < 1$ であるから、

$$\frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p \vee q)} = \frac{1}{1/\Pr(q|p) + 1/\Pr(p|q) - 1} < 1$$

となる。h ならば p であり、h ならば q であるので、$\Pr(p|h) = \Pr(q|h) = 1$ となるから、$\Pr(p \vee q|h) = 1$ である。また、

$$\Pr(p \wedge q|h) = \Pr(p|h) + \Pr(q|h) - \Pr(p \vee q|h) = 1$$

[*13] $\Pr(r_m|p_m \wedge h_{sp}) = \Pr(p_m|r_m \wedge h_{sp}) = 1$ だから、

$$\frac{\Pr(r_m \wedge p_m|h_{sp})}{\Pr(r_m \vee p_m|h_{sp})} = \frac{1}{1/\Pr(r_m|p_m \wedge h_{sp}) + 1/\Pr(p_m|r_m \wedge h_{sp}) - 1} = 1$$

となる。これと (21) 式、(22) 式より、$U_G(r_m, p_m; h_{sp}) = U_G(r_m, p_m; h_c) > 0$ となる。

である。したがって、

$$U_G(p,q;h) = \frac{\Pr(p \wedge q|h)}{\Pr(p \vee q|h)} - \frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p \vee q)} > 0$$

となるので、h は p と q を G 統合する。

4.4 共通原因

4.4.1 Lange (2004) による例

例 4 の場合、

$$\Pr(p \wedge q) = \Pr(q|p)\Pr(p) = 0.297 \times 0.055$$

$$\Pr(p \wedge q|h) = \Pr(p|q \wedge h)\Pr(q|h) = 0.500 \times 0.650$$

だから、

$$U_G(p,q;h) = \frac{0.500 \times 0.650}{0.500 + 0.650 - 0.500 \times 0.650} - \frac{0.297 \times 0.055}{0.055 + 0.050 - 0.297 \times 0.055} \approx 0.210 > 0$$

となる。つまり、h は p と q を G 統合する。

4.4.2 相互作用的分岐を形成する共通原因

Salmon (1984) は共通原因には二つの種類があるとした。一つは、(10) 式から (13) 式を満足する、連接的分岐（conjunctive fork）とよばれる因果過程を形成する共通原因である（Salmon, 1984, pp.158-168）。もう一つは、相互作用的分岐（interactive fork）とよばれる因果過程を形成する共通原因である（Salmon, 1984, pp.168-174）。

相互作用的分岐を形成する共通原因の例として Salmon (1984) は次のような例を提示している。

例 15 (Salmon, 1984, p.170). 静止している電子にエネルギー E をもった光子が衝突するコンプトン散乱を考えよう。散乱後、光子のエネルギーが E' になったとすると、衝突後の電子のエネルギーは、エネルギー保存則より、$E - E'$ である。h を「衝突前の電子のエネルギーは E である」という事象、p を「衝突後の光子のエネルギーは E' である」という事象、q を「衝突後の電子のエネルギーは $E - E'$ である」という事象とする。このとき、$Pr(p|h \wedge q) = Pr(q|h \wedge p) = 1$ である。また、衝突後の電子のエネルギーが $E - E'$ であっても衝突後の光子のエネルギーは E' でないこともあるので、$Pr(p|q) < 1$ である。

例 15 において、

$$\frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p \vee q)} = \frac{1}{1/\Pr(q|p) + 1/\Pr(p|q) - 1} < 1$$

であり、

$$\frac{\Pr(p \wedge q|h)}{\Pr(p \vee q|h)} = \frac{1}{1/\Pr(p|h \wedge q) + 1/\Pr(q|h \wedge p) - 1} = 1$$

だから、

$$U_G(p,q;h) = \frac{\Pr(p \wedge q|h)}{\Pr(p \vee q|h)} - \frac{\Pr(p \wedge q)}{\Pr(p \vee q)} > 0$$

となるので、h は p と q を G 統合する。

4.4.3 連接的分岐を形成する共通原因

次に、h が p と q の連接的分岐を形成する共通原因である場合、h が p と q を G 統合するかどうかを考える。

定理 16.

$$0 < Pr(h) < 1 \tag{23}$$

$$Pr(p \wedge q|h) = Pr(p|h)Pr(q|h) \tag{24}$$

$$Pr(p \wedge q|\neg h) = Pr(p|\neg h)Pr(q|\neg h) \tag{25}$$

$$Pr(p|h) > Pr(p|\neg h) \tag{26}$$

$$Pr(q|h) > Pr(q|\neg h) \tag{27}$$

とする。このとき、

1. $Pr(p|\neg h) > 0$ もしくは $Pr(q|\neg h) > 0$ であるならば、$U_G(p, q; h) > 0$ である。
2. $Pr(p|\neg h) = 0$ かつ $Pr(q|\neg h) = 0$ であるならば、$U_G(p, q; h) = 0$ である。

証明. $\Pr(p|\neg h) > 0$ もしくは $\Pr(q|\neg h) > 0$ と仮定する。このとき $\Pr(p|\neg h) > 0$ と仮定しても一般性を失わない。このとき、

$$\begin{aligned}
&\Pr(p)\Pr(q|h) - \Pr(p \wedge q)\\
&= \Pr(p)\Pr(q|h) - \Pr(p \wedge q|h)\Pr(h) - \Pr(p \wedge q|\neg h)\Pr(\neg h)\\
&= \Pr(p)\Pr(q|h) - \Pr(p|h)\Pr(q|h)\Pr(h) - \Pr(p|\neg h)\Pr(q|\neg h)\Pr(\neg h)\\
&\qquad (\because (24)\text{ 式}, (25)\text{ 式})\\
&> \Pr(p)\Pr(q|h) - \Pr(p|h)\Pr(q|h)\Pr(h) - \Pr(p|\neg h)\Pr(q|h)\Pr(\neg h)\\
&\qquad (\because \Pr(p|\neg h)\Pr(\neg h) > 0, (27)\text{ 式})\\
&= \Pr(q|h)(\Pr(p) - \Pr(p|h)\Pr(h) - \Pr(p|\neg h)\Pr(\neg h))\\
&= \Pr(q|h)(\Pr(p) - \Pr(p))\\
&= 0
\end{aligned} \tag{28}$$

である。同様に、

$$\Pr(q)\Pr(p|h) - \Pr(p \wedge q) \geq 0 \tag{29}$$

である。(24) 式をもちいると、

$$\begin{aligned}
&U_G(p,q;h)\\
&=\frac{\Pr(p\wedge q|h)\Pr(p\vee q)-\Pr(p\vee q|h)\Pr(p\wedge q)}{\Pr(p\vee q|h)\Pr(p\vee q)}\\
&=\frac{\Pr(p\wedge q|h)(\Pr(p)+\Pr(q)-\Pr(p\wedge q))-(\Pr(p|h)+\Pr(q|h)-\Pr(p\wedge q|h))\Pr(p\wedge q)}{\Pr(p\vee q|h)\Pr(p\vee q)}\\
&=\frac{\Pr(p)\Pr(p\wedge q|h)+\Pr(q)\Pr(p\wedge q|h)-\Pr(p|h)\Pr(p\wedge q)-\Pr(q|h)\Pr(p\wedge q)}{\Pr(p\vee q|h)\Pr(p\vee q)}\\
&=\frac{\Pr(p)\Pr(p|h)\Pr(q|h)+\Pr(q)\Pr(p|h)\Pr(q|h)-\Pr(p|h)\Pr(p\wedge q)-\Pr(q|h)\Pr(p\wedge q)}{\Pr(p\vee q|h)\Pr(p\vee q)}\\
&=\frac{\Pr(p|h)(\Pr(p)\Pr(q|h)-\Pr(p\wedge q))+\Pr(q|h)(\Pr(q)\Pr(p|h)-\Pr(p\wedge q))}{\Pr(p\vee q|h)\Pr(p\vee q)}
\end{aligned}\tag{30}$$

と変形できる。$\Pr(p|h)>0$ だから、(28) 式と (29) 式と (30) 式より $U_G(p,q;h)>0$ である。

$\Pr(p|\neg h)=0$ かつ $\Pr(q|\neg h)=0$ と仮定する。このとき、(28) 式と同様に

$$\Pr(p)\Pr(q|h)-\Pr(p\wedge q)=\Pr(q)\Pr(p|h)-\Pr(p\wedge q)=0\tag{31}$$

であることを示すことができる。(30) 式と (31) 式より、$U_G(p,q;h)=0$ である。 □

定理 16 によれば、(23) 式、(24) 式、(25) 式、(26) 式、(27) 式を満足していても $\Pr(p|\neg h)=\Pr(q|\neg h)=0$ であれば、h は p と q を G 統合しない。$\Pr(p|\neg h)=\Pr(q|\neg h)=0$ というのはどういう状況なのだろうか？

$0<\Pr(h)<1$ であるとき、

$$\Pr(h|p)=\frac{\Pr(p|h)\Pr(h)}{\Pr(p|h)\Pr(h)+\Pr(p|\neg h)\Pr(\neg h)}$$

だから、$\Pr(p|\neg h)=0$ は $\Pr(h|p)=1$ と同値である。同様に、$\Pr(q|\neg h)=0$ は $\Pr(h|q)=1$ と同値である。よって、$\Pr(p|\neg h)=\Pr(q|\neg h)=0$ ということは、$\Pr(h|p)=\Pr(h|q)=1$ ということと同値であるが、これは証拠 p や証拠 q のもとで仮説 h が確実になるという現実的ではないような状況である。通常はどんなに証拠を集めても仮説は確実にはならないであろう。つまり、$\Pr(p|\neg h)>0$ または $\Pr(q|\neg h)>0$ という現実的な状況においては、連接的分岐を形成する共通原因は G 統合するということになる。

5 おわりに

Myrvold (2003) はベイズ主義的な観点から、コペルニクスの天文学は惑星の現象を M 統合しているということを明らかにした。さらに、Lange (2004) や Schupbach (2005) による一連の議論を通して、統合には様々な種類があるということが明らかになった。h が p と q を統合したというとき、少なくとも以下の三つの種類の統合があると考えられる。

- h がコペルニクスの天文学、p と q が惑星の運動に関する現象である場合（4.2 節）

- 二つの法則 p と q がより一般的な法則 h から演繹される場合（4.3 節）
- h が p と q の共通原因である場合
  - h が p と q の相互作用的分岐を形成する共通原因である場合（4.4.2 節）
  - h が p と q の連接的分岐を形成する共通原因である場合（4.4.3 節）

本稿ではベイズ主義的な観点から、これらの共通点は何かという問題を考えた。そのために、仮説 h を考えたときその仮説を考えないときより p と q が整合的になる場合、h は p と q を統合したと解釈し、その考えを Glass (2005) の整合度に基づいて定義した。そして、この意味での統合を G 統合とよび（定義 14）、上で挙げた事例は全て G 統合であるということを示した。つまり、これらの共通点はどの統合も G 統合しているということである。

Myrvold (2003) はベイズ主義的な観点から統合度を定義し、新たな統合の種類を見いだした。そして、それに関わる一連の議論によって、様々な種類の統合があるということが明確になった。本稿では、整合度を Myrvold (2003) と違った角度から捉えた。それによって、様々な種類の統合の共通点が明らかになったといえる。

謝辞

統合に関してベイズ主義の観点からどのような議論がなされているかを教えてくださった大塚淳氏と、本論文の草稿において議論が不十分であった点や不正確であった点を指摘して下さった査読者に感謝します。

参考文献

[1] Akiba, K. (2000), ‘Shogenji’s Probabilistic Measure of Coherence is Incoherent’, *Analysis*, **60**, 356-359.

[2] Bovens, L. and Olsson, E. J. (2000), ‘Coherentism, Reliability and Bayesian Networks’, *Mind*, **109**, 685-719.

[3] Douven, I. and Meijs, W. (2007), ‘Measuring Coherence’, *Synthese*, **156**, 405-425.

[4] Glass, D. H. (2005), ‘Problems with Priors in Probabilistic Measures of Coherence’, *Erkenntnis*, **63**, 375-385.

[5] Gillies, D. (1986), ‘In Defense of the Popper-Miller Argument’, *British Journal for the Philosophy of Science*, **53**, 110-113.

[6] Glymour, C. N. (1980), *Theory and Evidence*, Princeton, Princeton University Press.

[7] Kuhn, T. S. (1959), *The Copernican Revolution*, New York, Harvard University Press.

[8] Lange, M. (2004), ‘Bayesianism and Unification: A Reply to Wayne Myrvold’, *Philosophy of Science*, **71**, 205-215.

[9] Milne, P. (1996), ‘log[P(h/eb)/P(h/b)] is the One True Measure of Confirmation’, *Philoso-*

phy of Science, **63**, 21-26.

[10] Myrvold, W. C. (2003), 'A Bayesian Account of the Virtue of Unification', *Philosophy of Science*, **70**, 399-423.

[11] Olsson, E. J. (2002), 'What is the Problem of Coherence and Truth?', *Journal of Philosophy*, **94**, 246-272.

[12] Reichenbach, H. (1956), *The Direction of Time*, New York, Dover.

[13] Shogenji, T. (2001), 'Reply to Akiba on the Probabilistic Measure of Coherence', *Analysis*, **61**, 147-150.

[14] Schupbach, J. H. (2005), 'On a Bayesian Analysis of the Virtue of Unification', *Philosophy of Science*, **72**, 594-607.

[15] Salmon, W. C. (1984), *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press.

[16] 高橋憲一 (1993)、『コペルニクス　天球回転論（訳・解説）』（みすず書房）

[17] 内井惣七 (1995)、『科学哲学入門－科学の方法・科学の目的』（世界思想社）

著者情報

北島雄一郎　（日本学術振興会特別研究員）